

Funciones analíticas que interpolan familias de polinomios de Appell-Dunkl

ALEJANDO GIL ASENSI, JUAN LUIS VARONA

Departamento de Matemáticas y Computación, Universidad de La Rioja

alejandro.gil@unirioja.es

Resumen: Sean $B_n(x)$, con $n = 0, 1, 2, \dots$, los polinomios de Bernoulli, y $\zeta(s, x) = \sum_{k=0}^{\infty} 1/(k+x)^s$ la función zeta de Hurwitz, que se define con esa expresión cuando la serie es convergente y tiene una extensión analítica para s en el plano complejo. Es bien conocido que, si usamos esta extensión analítica, se cumple $B_n(x) = -n\zeta(1-n, x)$. Lo mismo ocurre con muchas otras familias de polinomios de Appell, es decir, polinomios $P_n(x)$ cuya derivada cumple $P'_n(x) = nP_{n-1}(x)$; existe una función análoga a la zeta de Hurwitz que, al evaluarla en los enteros negativos, da, esencialmente, los polinomios $P_n(x)$.

En lugar de las derivada ordinaria, utilicemos ahora la derivada Dunkl Λ_α (con $\alpha > -1$) que se define como $\Lambda_\alpha f(x) = f'(x) + \frac{2\alpha+1}{2} \frac{f(x)-f(-x)}{x}$, que recupera el caso clásico cuando $\alpha = -1/2$. El concepto de polinomios de Appell se puede extender al de polinomios de Appell-Dunkl, y muchas propiedades tienen su contrapartida en el contexto Dunkl. Por ejemplo, en [1] se muestra cómo extender los polinomios de Bernoulli al mundo Dunkl.

En los recientes artículos [2, 3] vemos cómo construir funciones analíticas que, en los enteros negativos, den lugar a polinomios de Appell-Dunkl, lo cual es mucho más complicado que en el caso clásico, y no siempre se puede hacer de manera tan satisfactoria. En particular, mostramos lo que ocurre con polinomios de Bernoulli-Dunkl.

Referencias

- [1] Ó. Ciaurri, A. J. Durán, M. Pérez, J. L. Varona (2018). Bernoulli-Dunkl and Apostol-Euler-Dunkl polynomials with applications to series involving zeros of Bessel functions, *J. Approx. Theory*, 235, 20–45.
- [2] A. Gil Asensi, J. L. Varona (2023). Appell-Dunkl sequences and Hurwitz-Dunkl zeta functions. *J. Math. Anal. Appl.*, 520, 126870, 40 pp.
- [3] A. Gil Asensi, J. L. Varona (2024). A general method to find special functions that interpolate Appell polynomials, with examples. *J. Math. Anal. Appl.*, 531, 127825, 18 pp.